

المادة التحضيرية

الرياضيات

الفرع الأدبي و الفندقى

أ. باجس الجفال



شاهد المادة التحضيرية

@bajes_aljammal



للانضمام إلى قروب الواتس أب

0791544960



تابع كل جديد من أ. باجس الجفال



أ. باجس الجفال

الأسس والقوة

تُسمى الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر باستخدام الأسس **الصيغة الأسية** (exponent form)، مثل 3^7 .

أما الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر من دون استخدام الأسس فتُسمى **الصيغة القياسية** (standard form)، مثل $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

اكتب كل مما يلي باستخدام الصيغة الأسية

تمرين

1 $6 \times 6 \times 6 \times 2 \times 2 \times 2$

2 $b \times b \times r \times b \times r \times b$

3 $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 7 \times 7$

4 $d \times c \times c \times d \times c \times d \times d$

5 11×11

6 $h \times h \times h \times h \times h \times h$

7 $-2 \times -2 \times -2$

8 $-f \times -f \times -f \times -f$

اكتب كل مما يلي باستخدام الصيغة الأسية

تمرين

1 3^4

2 $(-1)^6$

3 8^1

4 0^9

5 135

6 216

7 162

المادة التحضيرية

التعبير اللفظي	الرموز	السبب
ضرب القوى: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه، أجمع أسيهما.	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$a^3 \times a^5 = (a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a) = a^8$
قسمة القوى: لقسمة قوتين لهما الأساس نفسه، أطرح أس المقام من أس البسط.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $a \neq 0$	$\frac{a^5}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a} = a^3$ $a \neq 0$
قوة القوة: لإيجاد قوة القوة، أضرب الأسس.	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(a^3)^2 = a^3 \times a^3 = (a \times a \times a) \times (a \times a \times a) = a^6$
قوة حاصل الضرب: لإيجاد قوة حاصل الضرب، أجد قوة كل عدد، ثم أضرب.	$(ab)^n = a^n b^n$	$(a \times b)^3 = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) = (a \times a \times a)(b \times b \times b) = a^3 \times b^3$
قوة ناتج القسمة: لإيجاد قوة ناتج القسمة، أجد كلاً من قوة البسط والقوة، ثم أقسم.	$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$	$(\frac{a}{b})^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a \times a}{b \times b} = \frac{a^2}{b^2}, b \neq 0$

التعبير اللفظي	الرموز	السبب
الأس الصفري: أي عدد غير الصفر مرفوعاً للأس صفر يساوي 1.	$a^0 = 1$	$1 = \frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0$
الأس السالبة: القوة ذات الأساس غير الصفري والأس السالب هي مقلوب القوة ذات الأساس غير الصفري والأس الموجب، والعكس صحيح.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$a^{-3} = a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a^3}$

أجد قيمة كل مما يلي دون استعمال الآلة الحاسبة

تمرين

1 $3^2 \times 3^5$

2 $(6 \times 4)^2$

3 $\frac{8^4}{8^2}$

4 $(\frac{2}{7})^2$

5 13^0

6 $(-7)^0$

7 $\frac{4^3 \times 8^4}{4^5 \times 8^2}$

8 $3^5 \times (\frac{1}{3})^6$

- 1 $(32)^{\frac{3}{5}}$
- 2 $(-\frac{27}{64})^{\frac{2}{3}}$
- 3 $32^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$
- 4 $\sqrt[4]{81 \times 2^4}$
- 5 $\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[3]{9}}$
- 6 $(\frac{16}{81})^{-\frac{5}{4}}$

العبارات الأسية في أبسط صورة

مفهوم أساسي

تكونُ العباراتُ الأسيةُ في أبسط صورةٍ إذا:

- ظهرَ الأساسُ مرةً واحدةً وكانتِ الأسُسُ جميعُها موجبةً.
- لمَ تتضمنِ العبارةُ قوةَ القوى.
- كانتِ الكسورُ والجذورُ جميعُها في أبسط صورةٍ.
- كانتِ الأسُسُ في المقامِ صحيحةً موجبةً.

الأسُسُ النسبية: $a^{\frac{1}{n}}$

مفهوم أساسي

- **بالكلمات:** لأي عدد حقيقي a ، وأي عدد صحيح n ($n > 1$)، فإن $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ، إلا إذا كان $a < 0$ و n عددًا زوجيًا فإن الجذر النوني غير معرف.
- **أمثلة:** $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$, $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$

أكتبُ الصورةَ الأسيةَ في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كلِّ ممَّا يأتي:

تمرين

- 1 $c^{\frac{1}{8}}$
- 2 $\sqrt[9]{x}$
- 3 $25^{\frac{1}{10}}$
- 4 $\sqrt[3]{-12}$
- 5 $d^{\frac{5}{2}}$
- 6 $\sqrt[4]{b^7}$
- 7 $18^{\frac{9}{5}}$
- 8 $\sqrt[3]{(-16)^8}$

مفهوم أساسي

الأسس النسبية: $a^{\frac{m}{n}}$

• **بالكلمات:** لأي عدد حقيقي a لا يساوي صفراً، وأي عددين صحيحين n, m و $(n > 1)$ فإن $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.
إلا إذا كان $a < 0$ و n عدداً زوجياً، فإن الجذر النوني يكون قيمة غير معرّفة.

$$8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2 = (2)^2 = 4$$

• **مثال:**

تمرين

أجد قيمة كل مما يلي دون استعمال الآلة الحاسبة

1 $(32)^{\frac{3}{5}}$

2 $(-\frac{27}{64})^{\frac{2}{3}}$

يظهر في بعض الأحيان قانون قوة ناتج القسمة على الصورة $(\frac{a}{b})^{-n}$ الذي يمكن كتابته باستعمال قوة موجبة على الصورة $(\frac{b}{a})^n$.
وبصورة عامة، لأي عددين a و b حيث $a, b \neq 0$ و n عدد صحيح فإن:

$$(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$$

أبسط كلًا من العبارات الأسية الآتية مفترضاً أن أيًا من المتغيرات لا يساوي صفراً:

1 $p^{-\frac{3}{4}} \times p^{\frac{11}{4}}$

2 $\frac{u^{-\frac{8}{3}}}{u^{-3}}$

3 $y^6(y^{\frac{3}{2}})^{-2}$

4 $\frac{1}{n^2} y^{-2} (n^{\frac{5}{3}})^6$

5 $\frac{w^2 \times w^{-\frac{9}{2}}}{w^{-3}}$

6 $d^{-\frac{1}{2}} \times p^{-\frac{1}{2}}$

أتبع ترتيب أولويات العمليات الحسابية (order of operations) عند حساب قيم المقادير العددية:

التعليم

- إذا وُجد قوسان داخل بعضها، فأحسب قيمة القوس الداخلي أولاً.
- يمكنني استخدام الأقواس أو الرمز $(\times)$ للدلالة على عملية الضرب. فمثلاً $2 \times (5+4)$ تعني $2(5+4)$

(1) أجد قيم المقادير داخل الأقواس.

(2) أجد قيم المقادير الأسية جميعها.

(3) أضرب أو أقسم من اليسار إلى اليمين (أيهما سبق).

(4) أجمع أو أطرح من اليسار إلى اليمين (أيهما سبق).

تمرين

أجد قيمة كل مما يأتي:

1 $160 \div (25 - (7 - 2))$

2 $60 \times (10 - (4 + 3))$

3 $5(-3)^2 + 10$

4 $8(1-5)^2 - 7$

5 $243 \div (3^2)^2 \times (5 - 8)$

6 $256 \div (2^3)^2 \times (2 - 7)$

7 $\frac{(-4)^5}{(-4)^3} \times 3 - 40$

8 $\frac{(6)^7}{(6)^5} \div 3 - 10$

9 $(10 + \sqrt[3]{125}) \div (24 - 19)$

10 $(5^2 - 4) \times 2 - \sqrt{36}$

11 $3^4 \div [(7 + 2) \times (-1)^6]$

12 $\sqrt[3]{-27} \times (10 - 3) + 6^2$

تُسمى الأعداد مثل 1، 4، 9، 16، 25 **مربعات كاملة** (perfect squares)؛ لأنَّ كلًّا منها يساوي مربع عدد صحيح ما.

الجذر التربيعي (square root) لعدد ما هو أحد عامليه المتساويين. ولأي عدد موجب جذران تربيعيان، أحدهما موجب

والآخر سالب، ويُسمى الموجب منهما **الجذر التربيعي الرئيس** (principal square root). ويستعمل رمز الجذر

التربيعي $\sqrt{\quad}$ للدلالة على الجذر التربيعي الرئيس، ويُسمى العدد أسفل الجذر **المجذور** (radicand).

تمرين

أجد قيمة كل مما يأتي:

1 $\sqrt{81}$

2 $-\sqrt{1.96}$

3 $\pm \sqrt{\frac{4}{121}}$

يمكنني استعمال تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب في حل معادلات تتضمن متغيرات مربعة، فإذا كان $n^2 = c$

فإن $n = \pm \sqrt{c}$

تمرين

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وأنشأ من صحة الحلّ:

1 $y^2 = 2.25$

2 $x^2 = \frac{16}{169}$

أجد قيمة كلّ مقدار جبري مما يأتي

1 $y^2 + (4 - 2y)$, $y = 5$

2 $8d - d^2 + 1$, $d = 3$

3 $(2b - b^2) - d \div 4$, $b = 6$, $d = 8$

الخاصية التبادلية، والتجميعية

مفهوم أساسي

الخاصية التبادلية

لا يتغير ناتج جمع عددين أو ضربهما بتغيير ترتيبهما.

بالرموز:

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

بالأعداد:

$$3 + 6 = 6 + 3$$

$$8 \times 5 = 5 \times 8$$

أمثلة:

الخاصية التجميعية

لا يتغير مجموع ثلاثة أعداد أو ناتج ضربها بتغيير العدد الذي تبدأ بهما.

بالرموز:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

بالأعداد:

$$(6 + 4) + 7 = 6 + (4 + 7)$$

$$(4 \times 8) \times 3 = 4 \times (8 \times 3)$$

أمثلة:

خاصية التوزيع

مفهوم أساسي

لضرب عدد في مجموع عددين أو الفرق بينهما، اضرب كل عدد بين القوسين بالعدد الذي خارجهما.

بالرموز:

$$a(b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a(b - c) = a \times b - a \times c$$

بالأعداد:

$$3(5 + 1) = 3 \times 5 + 3 \times 1$$

$$3(5 - 1) = 3 \times 5 - 3 \times 1$$

أمثلة:

أَبَسِّطُ كُلَّ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ فِي مَا يَأْتِي:

1 $(r + 3) + 12$

2 $7.5 + (y + 6.2)$

3 $8(6z)$

4 $5(a + 3)$

5 $3(9 - w)$

6 $2(5z + 4)$

تَعَلَّمْتُ سَابِقًا أَنَّ **المُعَادَلَةَ** (equation) جُمْلَةٌ تَتَّصِفُ بِإِشَارَةِ مُسَاوَاةٍ (=) تَدُلُّ عَلَى تَسَاوِي الْمِقْدَارَيْنِ فِي طَرَفَيْهَا، وَقَدْ تَتَّصِفُ الْمُعَادَلَةُ أَعْدَادًا مَجْهُولَةً تُسَمَّى مُتَغَيِّرَاتٍ، وَيُعَبَّرُ عَنْهَا بِأَحْرَفٍ بِمِثْلِ: x, y .

$y + 6$ $1 - t$ $2x + 3$

لَيْسَتْ مُعَادَلَاتٍ

$1 + 8 = 9$ $x + 5 = 11$ $7 = w - 4$

مُعَادَلَاتٍ

ضَرْبُ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ

عندما أضرب عدداً في حدٍّ جبريٍّ فإنني أجِدُ ناتجَ ضربِ العددِ في معاملِ الحدِّ الجبريِّ، ثُمَّ أَضَعُ الناتجَ جانِبَ المتغيِّرِ.

$4 \times 2z = 8z$

يُمْكِنُنِي تَطْبِيقُ قَوَاعِدِ الْأَسْوَاقِ لِمُضْرِبِ حَدٍّ جَبْرِيٍّ فِي آخَرٍ حَتَّى لَوْ اخْتَلَفَتْ مُتَغَيِّرَاتُهُمَا.

أَجِدُ نَاتِجَ ضَرْبِ الْحُدُودِ الْجَبْرِيَّةِ فِي كُلِّ مِمَّا يَأْتِي:

1 $4 \times (-2x)$

2 $5 \times (-3w)$

3 $2y \times 5y$

4 $7c \times 2c$

أجد ناتج ضرب الحدود الجبرية في كل مما يأتي:

- 1 $2a(4a + b)$, $a = -2$, $b = 7$
- 2 $5b(2a - b)$, $a = 2$, $b = -3$
- 3 $2x(x - 2y + 1) - 6$, $x = -3$, $y = 4$
- 4 $4y(y - 2x) + y + 2$, $x = -4$, $y = 2$

مربع الفرق بين حدين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** مربع $(a - b)$ يساوي مربع a مطروحاً منه مثلاً حاصل ضرب a في b مضافاً إليه مربع b .

• **بالرموز:** $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

أجد ناتج كل مما يأتي:

- 1 $(7t^2 - 1)^2$
- 2 $(x^3 - 4y^2)^2$

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** ناتج ضرب $(a - b)(a + b)$ يساوي مربع a مطروحاً منه مربع b .

• **بالرموز:** $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

أجد ناتج كل مما يأتي:

- 1 $(6w + d^4)(6w - d^4)$
- 2 $(x^3 + 3h^7)(x^3 - 3h^7)$

تحليل المقادير الجبرية

أولاً التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر

تحليل (factoring) المقدار الجبري بإخراج العامل المشترك الأكبر لحدوده يعني تحليله تحليلًا كاملاً باستعمال عملية عكسية لعملية التوزيع (خاصة التوزيع).

أجد العامل المشترك الأكبر للحددين الجبريين في كل مما يأتي:

1 $20z^2d, 10z^5dc$

$$20z^2d = 5 \times 2 \times 2 \times z \times z \times d$$

$$10z^5dc = 5 \times 2 \times z \times z \times z \times z \times d \times c$$

أكتب كل حد بالصورة التحليلية

ثم أحدد العوامل الأولية المشتركة

أجد العامل المشترك الأكبر للحددين الجبريين في كل مما يأتي:

1 $14b^2c, 21c^3$

2 $2y^3x^5, 3y^5x^3$

3 $20y + 12$

4 $7d^2 - 5d$

5 $3r^2c^3 + 6r^5 + 21r^7$

6 $2 - 16x + 8y$

ثانياً تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx + c$

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n) \quad b = m + n \text{ and } c = mn$$

إذن، معامل الحد الأوسط يساوي مجموع m و n ، والحد الأخير يساوي ضرب m و n .

ويمكن استعمال هذا النمط لتحليل بعض المقادير الجبرية التي على صورة $x^2 + bx + c$

تحليل ثلاثية الحدود $x^2 + bx + c$

مفهوم أساسي

- **بالكلمات:** لتحليل ثلاثية حدود على صورة $x^2 + bx + c$ أجد عددين صحيحين m و n مجموعتهما يساوي b ، وحاصل ضربهما يساوي c ، ثم أكتب $x^2 + bx + c$ على صورة $(x + m)(x + n)$.
- **بالرموز:** $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ حيث $m + n = b$ ، $m \times n = c$

إذا كانت إشارة c موجبة في ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، فيكون m و n الإشارة نفسها. ويعتمد تحليل إشارة كل من m و n (موجبة أو سالبة) على إشارة b ، فإذا كانت إشارة b موجبة فإن إشارتهما موجبة، وإذا كانت إشارة b سالبة، فإن إشارتهما سالبة.

إذا كانت c موجبة، و b سالبة في ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، فإن لكل من m و n إشارة سالبة.

أحلل كلاً مما يأتي:

1 $x^2 + 2x - 24$

2 $y^2 + 3y - 10$

3 $x^2 + 29x + 100$

4 $w^2 - 6w + 8$

5 $-10q + q^2 + 21$

6 $y^2 + 20y + 100$

ثالثاً (فرق بين مربعين) حالات خاصة من التحليل

تحليل الفرق بين مربعين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** الفرق بين مربعي حدين يساوي ناتج ضرب مجموع الحدين في الفرق بينهما.

• **بالرموز:** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

أحلل كلاً مما يأتي:

1 $x^2 - 100$

2 $100y^2 - 36$

3 $81d^2 - 49r^2$

4 $64c^2 - 1$

1 $27xy^3 - 3xy$

$$\begin{aligned} 27xy^3 - 3xy &= 3xy(9y^2 - 1) \\ &= 3xy(3y - 1)(3y + 1) \end{aligned}$$

2 $y^4 - 1$

$$\begin{aligned} y^4 - 1 &= (y^2)^2 - (1)^2 \\ &= (y^2 - 1)(y^2 + 1) \\ &= (y - 1)(y + 1)(y^2 + 1) \end{aligned}$$

3 $2b^2 - 18 + ab^2 - 9a$

$$\begin{aligned} 2b^2 - 18 + ab^2 - 9a &= (2b^2 - 18) + (ab^2 - 9a) \\ &= 2(b^2 - 9) + a(b^2 - 9) \\ &= (b^2 - 9)(2 + a) \\ &= (b - 3)(b + 3)(2 + a) \end{aligned}$$

ملخص

تحليل المربع الكامل الثلاثي الحدود

مفهوم أساسي

• بالرموز: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

• مثال: $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5)$

$25x^2 - 30x + 9 = (5x - 3)^2 = (5x - 3)(5x - 3)$

تحليل المقادير الجبرية

ملخص المفهوم

طريقة التحليل	عدد الحدود الجبرية
إخراج العامل المشترك الأكبر	2 أو أكثر
الفرق بين مربعين $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	2
مربع كامل ثلاثي الحدود $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	3
$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ $m + n = b$ and $mn = c$	3
$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$	4 أو أكثر

تحليل الفرق بين مكعبين و مجموع مكعبين

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$